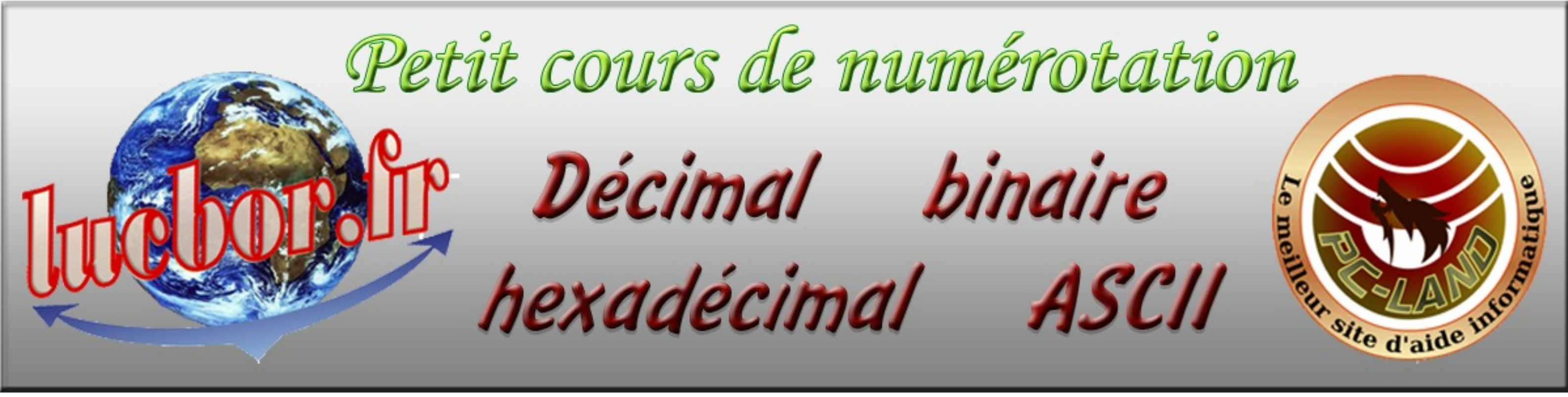


La numérotation

Le système décimal

Les nombres que nous utilisons habituellement sont ceux de la base 10 (système décimal).

Nous disposons de dix chiffres différents de 0 à 9 pour écrire tous les nombres.

D'une manière générale, toute base N est composée de N chiffre de 0 à N-1.

Soit un nombre décimal N = 2348. Ce nombre est la somme de 8 unités, 4 dizaines, 3 centaines et 2 milliers.

Nous pouvons écrire N = (2 x 1000) + (3 x 100) + (4 x 10) + (8 x 1)

$$2348 = (2 \times 10^{3}) + (3 \times 10^{2}) + (4 \times 10^{1}) + (8 \times 10^{0})$$

10 représente la base et les puissances de 0 à 3 le rang de chaque chiffre.
Quelque soit la base, le chiffre de droite est celui des unités.
Celui de gauche est celui qui a le poids le plus élevé.

Le binaire

Dans les domaines de l'automatisme, de l'électronique et de l'informatique, nous utilisons la base 2. Tous les nombres s'écrivent avec deux chiffres uniquement (0 et 1). De même que nous utilisons le système décimal parce que nous avons commencé à compter avec nos dix doigts, nous utilisons le binaire car les systèmes technologiques ont souvent deux états stables.

Un interrupteur est ouvert ou fermé
Une diode est allumée ou éteinte
Une tension est présente ou absente
Une surface est réfléchissante ou pas (CD)
Un champ magnétique est orienté Nord-Sud ou Sud-Nord (disque dur)

A chaque état du système technologique, on associe un état logique binaire.

La présence d'une tension sera par exemple notée 1 et l'absence 0.

Le chiffre binaire qui peut prendre ces deux états est nommé "Bit"
(Binary digit)

Avec un bit nous pouvons coder deux états

0
1

Avec deux bits nous pouvons coder quatre états

0	0
0	1
1	0
1	1

Avec trois bits nous pouvons coder huit états

0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

A chaque nouveau bit, le nombre de combinaisons possibles est doublé.
Ce nombre est égal à **2 puissance N** (N étant le nombre de bits).

Un groupe de bits est appelé un mot, un mot de huit bits est nommé un octet (byte).

0	1	0	0	0	1	0	1

Avec un octet, nous pouvons écrire 2 puissance 8 = **256 nombres binaires de 0 à 255**

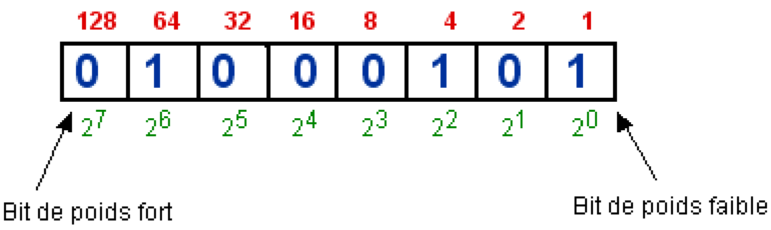
Les règles sont les mêmes que pour le décimal.

$$1011_{(2)} = (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (1 \times 2^0)$$

$$1011_{(2)} = (1 \times 8) + (0 \times 4) + (1 \times 2) + (1 \times 1)$$

$$1011_{(2)} = 11_{(10)}$$

Description d'un octet.



Un 1 dans une case représente la valeur décimale qui est au dessus.

Correspondance entre binaire et décimal.

Conversion d'un nombre binaire en décimal.

Il suffit de faire la somme des poids de chaque bit à 1

Le nombre ci dessus est égal à 64 + 4 + 1 = 69

Conversion d'un nombre décimal en binaire (exemple : N = 172).

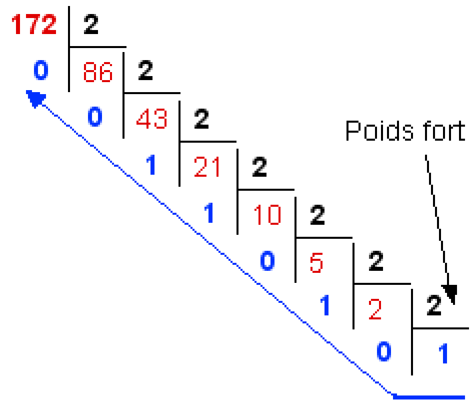
Méthode par soustractions.

$$172 - 128 = 44 \qquad 44 - 32 = 12 \qquad 12 - 8 = 4 \qquad 4 - 4 = 0$$

$$172 = 128 + 32 + 8 + 4$$

$$172_{(10)} = 10101100_{(2)}$$

Méthode par divisions



172 / 2 = 86, il reste 0 ...

L'hexadécimal

La manipulation des nombres écrits en binaire est difficile pour l'être humain et la conversion en décimal n'est pas simple. C'est pourquoi nous utilisons de préférence le système hexadécimal (base 16).

Pour écrire les nombres en base 16 nous devons disposer de 16 chiffres, pour les dix premiers, nous utilisons les chiffres de la base 10, pour les suivant nous utiliserons des lettres de l'alphabet.

Décimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexadécimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

Les règles sont ici aussi les mêmes que pour le décimal.

$$A3F_{(16)} = (A \times 16^{2}) + (3 \times 16^{1}) + (F \times 16^{0})$$

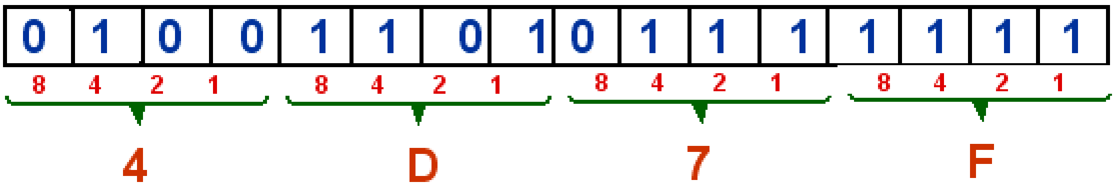
$$A3F_{(16)} = (10 \times 256) + (3 \times 16) + (15 \times 1)$$

$$A3F_{(16)} = 2560 + 48 + 15 = 2623_{(10)}$$

Correspondance entre binaire et hexadécimal.

La conversion du binaire en hexadécimal est très simple, c'est d'ailleurs la raison pour laquelle nous utilisons cette base.
Il suffit de faire correspondre un mot de quatre bits (quartet) à chaque chiffre hexadécimal.

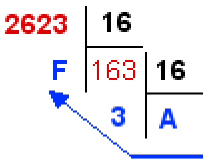
Conversion d'un mot de 16 bits entre binaire et hexadécimal



$4D7F_{(16)} = 0100110101111111_{(2)}$

Correspondance entre décimal et hexadécimal.

La méthodes par divisions s'applique comme en binaire (exemple : N = 2623).



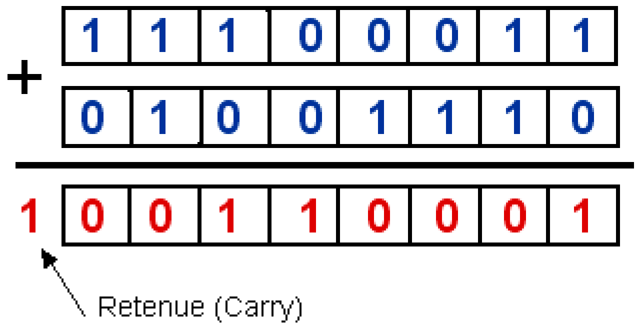
2623 / 16 = 163, il reste 15...

Opérations arithmétiques et logiques

Addition en binaire

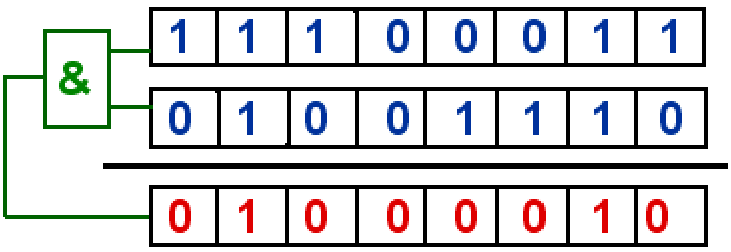
L'addition est réalisée bit à bit.

1 + 0 = 1
1 + 1 = 10
1 + 1 + 1 = 11



Produit logique en binaire

La fonction ET est appliquée bit à bit



Les nombres signés

En binaire, le négatif d'un nombre est son complément à 2, c'est à dire son complément + 1.

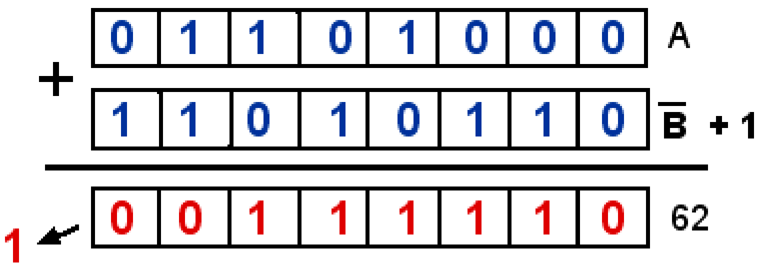
Soient deux nombres **A = 104** et **B = 42.** A - B = A + (- B)

A = 01101000

B = 00101010

$\overline{B}$ = 11010101

$\overline{B}$ + 1 = 11010110



Le format est sur 8 bits, il ne faut ignorer le bit de dépassement à gauche.

Le premier bit est à 0 pour les nombres négatifs et à 1 pour les nombres positifs.

Le plus grand nombre signé sur 8 bits est **+127 (01111111)**
Le plus petit nombre signé sur 8 bits est **-128 (10000000)**

-128 à +127 => 256 combinaisons (2 puissance 8)

Le codage ASCII

Le binaire permet de coder les nombres que les systèmes informatiques peuvent manipuler. Cependant, l'ordinateur doit aussi utiliser des caractères alphanumériques pour mémoriser et transmettre des textes. Pour coder ces caractères, on associe à chacun d'entre eux un code binaire, c'est le codage ASCII (American Standard Code for Information Interchange).

Le caractère **A** par exemple à pour code **65** soit **01000001** en binaire.
Le caractère **f** : **102**
le point d'interrogation **?** : **63**
Le chiffre **2** : **50**

Le code binaire réfléchi

Le code binaire réfléchi est utilisé pour simplifier des équations dans les tableaux de karnaugh.
Le principe consiste à changer l'état d'un seul bit entre deux nombres consécutifs.

Comparaison entre le binaire et le binaire réfléchi

Binaire pur

0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

Binaire réfléchi

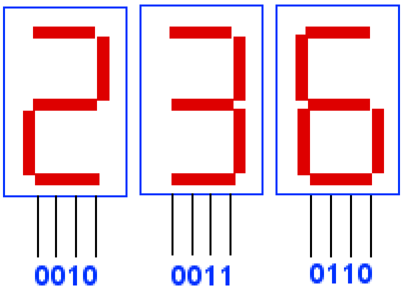
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	1
0	0	1	0
0	1	1	0
0	1	1	1
0	1	0	1
0	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	1
1	1	1	0
1	0	1	0
1	0	1	1
1	0	0	1
1	0	0	0

Symétrie

Le terme réfléchi est du à la symétrie qui apparaît dans le code.

Le décimal codé binaire

Ce codage est destiné à l'affichage de valeurs décimales, chaque digit doit être codé en binaire sur 4 bits (unités, dizaines, centaines ...).



Ce codage ne permet aucun calcul, il est uniquement destiné à la saisie et à l'affichage de données

Ci dessous, on trouvera deux tableaux de conversion décimal; binaire; hexadécimal

Dec	Hex	Binary	Dec	Hex	Binary	Dec	Hex	Binary	Dec	Hex	Binary
0	00	00000000	**32**	20	00100000	**64**	40	01000000	**96**	60	01100000
1	01	00000001	**33**	21	00100001	**65**	41	01000001	**97**	61	01100001
2	02	00000010	**34**	22	00100010	**66**	42	01000010	**98**	62	01100010
3	03	00000011	**35**	23	00100011	**67**	43	01000011	**99**	63	01100011
4	04	00000100	**36**	24	00100100	**68**	44	01000100	**100**	64	01100100
5	05	00000101	**37**	25	00100101	**69**	45	01000101	**101**	65	01100101
6	06	00000110	**38**	26	00100110	**70**	46	01000110	**102**	66	01100110
7	07	00000111	**39**	27	00100111	**71**	47	01000111	**103**	67	01100111
8	08	00001000	**40**	28	00101000	**72**	48	01001000	**104**	68	01101000
9	09	00001001	**41**	29	00101001	**73**	49	01001001	**105**	69	01101001
10	0A	00001010	**42**	2A	00101010	**74**	4A	01001010	**106**	6A	01101010
11	0B	00001011	**43**	2B	00101011	**75**	4B	01001011	**107**	6B	01101011
12	0C	00001100	**44**	2C	00101100	**76**	4C	01001100	**108**	6C	01101100
13	0D	00001101	**45**	2D	00101101	**77**	4D	01001101	**109**	6D	01101101
14	0E	00001110	**46**	2E	00101110	**78**	4E	01001110	**110**	6E	01101110
15	0F	00001111	**47**	2F	00101111	**79**	4F	01001111	**111**	6F	01101111
16	10	00010000	**48**	30	00110000	**80**	50	01010000	**112**	70	01110000
17	11	00010001	**49**	31	00110001	**81**	51	01010001	**113**	71	01110001
18	12	00010010	**50**	32	00110010	**82**	52	01010010	**114**	72	01110010
19	13	00010011	**51**	33	00110011	**83**	53	01010011	**115**	73	01110011
20	14	00010100	**52**	34	00110100	**84**	54	01010100	**116**	74	01110100
21	15	00010101	**53**	35	00110101	**85**	55	01010101	**117**	75	01110101
22	16	00010110	**54**	36	00110110	**86**	56	01010110	**118**	76	01110110
23	17	00010111	**55**	37	00110111	**87**	57	01010111	**119**	77	01110111
24	18	00011000	**56**	38	00111000	**88**	58	01011000	**120**	78	01111000
25	19	00011001	**57**	39	00111001	**89**	59	01011001	**121**	79	01111001
26	1A	00011010	**58**	3A	00111010	**90**	5A	01011010	**122**	7A	01111010
27	1B	00011011	**59**	3B	00111011	**91**	5B	01011011	**123**	7B	01111011
28	1C	00011100	**60**	3C	00111100	**92**	5C	01011100	**124**	7C	01111100
29	1D	00011101	**61**	3D	00111101	**93**	5D	01011101	**125**	7D	01111101
30	1E	00011110	**62**	3E	00111110	**94**	5E	01011110	**126**	7E	01111110
31	1F	00011111	**63**	3F	00111111	**95**	5F	01011111	**127**	7F	01111111

Auteur : alain.charbonnel@tice.ac-caen.fr

Dec	Hex	Binary	Dec	Hex	Binary	Dec	Hex	Binary	Dec	Hex	Binary
128	80	10000000	**160**	A0	10100000	**192**	C0	11000000	**224**	E0	11100000
129	81	10000001	**161**	A1	10100001	**193**	C1	11000001	**225**	E1	11100001
130	82	10000010	**162**	A2	10100010	**194**	C2	11000010	**226**	E2	11100010
131	83	10000011	**163**	A3	10100011	**195**	C3	11000011	**227**	E3	11100011
132	84	10000100	**164**	A4	10100100	**196**	C4	11000100	**228**	E4	11100100
133	85	10000101	**165**	A5	10100101	**197**	C5	11000101	**229**	E5	11100101
134	86	10000110	**166**	A6	10100110	**198**	C6	11000110	**230**	E6	11100110
135	87	10000111	**167**	A7	10100111	**199**	C7	11000111	**231**	E7	11100111
136	88	10001000	**168**	A8	10101000	**200**	C8	11001000	**232**	E8	11101000
137	89	10001001	**169**	A9	10101001	**201**	C9	11001001	**233**	E9	11101001
138	8A	10001010	**170**	AA	10101010	**202**	CA	11001010	**234**	EA	11101010
139	8B	10001011	**171**	AB	10101011	**203**	CB	11001011	**235**	EB	11101011
140	8C	10001100	**172**	AC	10101100	**204**	CC	11001100	**236**	EC	11101100
141	8D	10001101	**173**	AD	10101101	**205**	CD	11001101	**237**	ED	11101101
142	8E	10001110	**174**	AE	10101110	**206**	CE	11001110	**238**	EE	11101110
143	8F	10001111	**175**	AF	10101111	**207**	CF	11001111	**239**	EF	11101111
144	90	10010000	**176**	B0	10110000	**208**	D0	11010000	**240**	F0	11110000
145	91	10010001	**177**	B1	10110001	**209**	D1	11010001	**241**	F1	11110001
146	92	10010010	**178**	B2	10110010	**210**	D2	11010010	**242**	F2	11110010
147	93	10010011	**179**	B3	10110011	**211**	D3	11010011	**243**	F3	11110011
148	94	10010100	**180**	B4	10110100	**212**	D4	11010100	**244**	F4	11110100
149	95	10010101	**181**	B5	10110101	**213**	D5	11010101	**245**	F5	11110101
150	96	10010110	**182**	B6	10110110	**214**	D6	11010110	**246**	F6	11110110
151	97	10010111	**183**	B7	10110111	**215**	D7	11010111	**247**	F7	11110111
152	98	10011000	**184**	B8	10111000	**216**	D8	11011000	**248**	F8	11111000
153	99	10011001	**185**	B9	10111001	**217**	D9	11011001	**249**	F9	11111001
154	9A	10011010	**186**	BA	10111010	**218**	DA	11011010	**250**	FA	11111010
155	9B	10011011	**187**	BB	10111011	**219**	DB	11011011	**251**	FB	11111011
156	9C	10011100	**188**	BC	10111100	**220**	DC	11011100	**252**	FC	11111100
157	9D	10011101	**189**	BD	10111101	**221**	DD	11011101	**253**	FD	11111101
158	9E	10011110	**190**	BE	10111110	**222**	DE	11011110	**254**	FE	11111110
159	9F	10011111	**191**	BF	10111111	**223**	DF	11011111	**255**	FF	11111111